Открытая лицейская олимпиада по математике 2019.

Решения.

5 класс

1. ***Поставьте в выражении скобки так, чтобы получилось верное равенство:***
$270+120+390:3\cdot 5=1120$.

Решение.
$270+(120+390):3\cdot 5=1120$ Критерии проверки

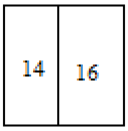
	Продвижение в решении	**баллы**
1	Верное решение и верный ответ	7
2	Неверное решение	0

1. ***Три землекопа за два часа выкопали три ямы. Сколько ям выкопают шесть землекопов за пять часов?***

2. Решение
Шесть землекопов за те же два часа выкопают в два раза больше, чем три ямы. 3*2=6 ям.
Значит за час эти 6 землекопов выкопают 3 ямы. А за 5 часов 3*5=15 ям
Ответ: 15.
Критерии проверки

	Продвижение в решении	**баллы**
1	Верное решение.	7
2	Неполное объяснение, верный ответ	5
3	Верное рассуждение, но вычислительная ошибка	3
4	Вычисления	2
5	Неверное решение, неверный вывод	0

3. Квадрат разделили на два прямоугольника. Внутри каждого прямоугольника записана длина его периметра. Найдите сторону квадрата.



Решение. Сумма полупериметров прямоугольников равна
Сумме трёх сторон квадрата. 14:2 +16:2=15 – сумма трёх сторон квадрата
15:3=5 – сторона квадрата

Критерии проверки

	Продвижение в решении	**баллы**
1	Верное решение .	7
2	Ход верны, вычислительная ошибка	3
3	Неверное решение	0

4.Три математика ехали в разных вагонах одного поезда. Когда поезд подъезжал к станции, математики насчитали на перроне 7, 12 и 15 скамеек. А когда поезд отъезжал, один из них насчитал еще 2 скамейки. Сколько насчитали остальные?

Решение.

1. Если бы две скамейки после отправления поезда увидели второй или третий, то всего скамеек на перроне было бы 7+2=9 или 12+2=14, но первый уже насчитал 15. Значит две скамейки увидел первый, и всего скамеек на перроне 15+2=17
2. Тогда второй увидел 17-12=5 скамеек, а третий 17-7=10 скамеек.

Ответ: 5 и 10

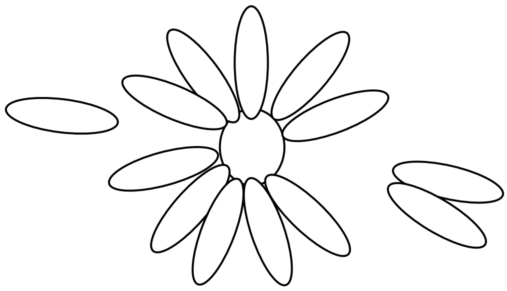
Критерии проверки

	Продвижение в решении	**баллы**
1	Верные рассуждения, верный ответ.	7
2	Верный ответ без объяснений	2-4
3	Неверный ответ, ошибка в рассуждениях	0

5. У ромашки 13 лепестков. Оля и Катя по очереди отрывают лепестки. За один ход можно сорвать один лепесток или два, растущие рядом. Выигрывает тот, кто делает последний ход. Начинает Оля. Кто из девочек может обеспечить себе победу? Как ей надо играть?

Решение.

3. ВТОРОЙ игрок (Катя) должен играть так: Если Оля первым ходом сорвёт один лепесток, то Катя должна сорвать два напротив. Если же Оля первым ходом срывает два лепестка, то Катя должна сорвать один напротив. После этого останется чётное количество лепестков и « дырки» будут расположены симметрично относительно центра ромашки..



4. Затем после хода Оли Катя повторяет её ход симметрично относительно центра ромашки. Если Оля сорвала один лепесток, то и напротив найдётся один, Если Оля сорвала два, то и напротив найдётся два лепестка, растущие рядом. Значит Катя сделает последний ход. (можно повторять ходы симметрично прямой, проходящей через первые «дырки»)

Ответ: КАТЯ может обеспечить себе победу при любой игре Оли.

Критерии проверки

	Продвижение в решении	**баллы**
1	Верные рассуждения, верный ответ.	7
2	Верный ответ, допущена ошибка в рассуждениях	5
2	Рассуждения неполные, приведен один из случаев	2
3	Неверный ответ, ошибка в рассуждениях	0

6 класс

1.***Сравните произведения 20182018*2019 и 20192019*2018 и объясните.***

Решение.

Первое произведение запишем так:

20182018*2019 = (2018*10000 +2018)* 2019 =2018*10000* 2019 +2018* 2019

Второе произведение запишем так:

20192019*2018 = (2019*10000 +2019)* 2018 = 2019*10000* 2018 +2019* 2018

Значит произведения равны

Ответ: ***20182018*2019= 20192019*2018***

Критерии проверки

	Продвижение в решении	баллы
1	Верное решение.	7
2	Нет идеи применения распределительного закона, но верные вычисления столбиком	6
3	Верный ответ без объяснений	1
3	Неверный ответ, ошибка в рассуждениях	0

5. ***Маша написала на доске 10 чисел. Паша заметил, что сумма любых девяти чисел нечётна. Чётна или нечётна сумма всех написанных чисел***?

Решение.

1. Докажем, что все числа нечётные. Предположим, что это не так, и среди чисел есть чётные, но сумма девяти первых чисел нечётна. Это возможно, если среди первых девяти чисел чётное количество чётных или \ и десятое число чётное. По условию сумма **любых** девяти чисел нечётна, а значит, собирая другие девятки из этих же чисел, будем делать так: десятое число, меняем местами с одним из чисел первой девятки. Обязательно будет девятка чисел, в которой десятое число поменялось местами с числом другой чётности, а значит сумма этих девяти чисел тоже стала чётной, что противоречит условию. Значит все числа нечётные.
2. Все числа нечётные. Сумма десяти нечётных чисел чётна.

Ответ: Сумма всех чисел чётна. (*доказывать утверждения «сумма нечётного количества нечётных чисел нечётна» и «Сумма чётного количества нечётных чисел чётна не нужно)*

Критерии проверки

	Продвижение в решении	баллы
1	Верное решение и верный ответ	7
2	Есть утверждение, что все числа нечётны, но оно не доказано	3-4
3	Неверные рассуждения или неверный вывод	0

3. Первый множитель увеличился на 10%, а второй множитель уменьшился на 10%. Как при этом изменилось произведение?

Решение.

Пусть первый множитель равен x, а второй y. Тогда произведение было xy, а стало 1,1x*0,9y=0,99xy

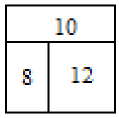
xy- 0,99xy =0,01xy, то есть произведение уменьшилось на 1%

Критерии проверки

	Продвижение в решении	баллы
1	Верное решение и верный ответ	7
2	Не достаточно обоснованное решение	1-2
4	Верный ответ без решения, неверный ответ	0

4. Квадратный оконный проём образован тремя прямоугольными рамами (рис. ниже). Внутри каждой из них написали число, равное периметру рамы. Напишите, чему равна сторона квадрата всего оконного проёма и объясните, как вы её получили.

Решение.



Пусть сторона квадрата равна a, а общая сторона прямоугольников периметров 8 и 12 равна х. Тогда ширина прямоугольника периметра 10 будет равна (а – х). Тогда сумма периметров всех прямоугольников будет равна $6a + 2x = 8+10+12= 30$, а, а периметр веохнего $2a+2(a - x) =4a - 2x = 10$

Решаем систему, складывая первоге уравнение и второе , получаем $10a =40$, $a = 4$

Ответ: сторона квадрата равна 4.

Критерии проверки

	Продвижение в решении	баллы
1	Верное решение .	7
	Верная идея, но не доведено до конца	3-1
3	Неверное решение	0

.5. Назовём палиндромом число, которое не изменится, если его цифры переставить в обратном порядке. (например 4 , 66, 585, 4774 – числа-палиндромы). Представить 2000 в виде суммы двух палиндромов двумя способами.

Решение.

Либо это сумма четырёхзначного и однозначного чисел , тогда 2000 =1991 +9, либо это сумма четырёхзначного и трёхзначного чисел 2000 = 1001+ 999. Вариант суммы четырехзначного и двузначного числа невозможен, т.к. сумма чисел вида 1аа1+bb=1000+100a+10a+1 +10b+b=2000 содержит 1+b единиц, значит b=9, но десятков (a+b),а на третьем месте 0 значит a=1, и сотен a+1, то есть 2 , но на втором месте тоже 0 . Противоречие.

Критерии проверки

	Продвижение в решении	баллы
1	Верное решение. Найдены оба варианта	7
3	Найден один из способов представления	4-5
4	Неверное решение, неверный вывод	0

6. . Незнайка выложил на стол 40 монет и сообщил Знайке, что 17 монет лежат вверх «орлом». Знайка с завязанными глазами подходит к столу. Ему разрешено передвинуть к себе сколько угодно монет и переворачивать монеты своей кучки. Может ли Знайка сделать так, чтобы «орлов» в обеих кучках стало поровну? (на ощупь определить сторону монеты невозможно.)

Решение.

Да. Знайка должен передвинуть в свою кучку ровно 17 монет. Пусть среди них попадется х «орлов». , тогда у него будет (17-х) «решек». Но у Незнайки как раз осталось (17 –х) «орлов». Значит Знайке осталось перевернуть все свои монеты, тогда у него будет х решек и (17 –х) орлов. То есть «орлов» в обеих кучках станет поровну.

Ответ: Может.

Критерии проверки

	Продвижение в решении	баллы
1	Верное решение.	7
3	Верный ход, но не доведено решение до конца, вычислительная ошибка	3-1
4	Неверное решение, неверный вывод	0

Максимальная оценка за каждую задачу 7 баллов.

7 баллов ставится за безукоризненное решение задач;
6 баллов означает, что в решении допущена мелкая погрешность, например, не разобран частный случай, не влияющий на решение.

4 или 5 баллов означают, что все идеи, необходимые для решения найдены, задачу в целом надо считать решённой, однако приведённое решение имеет существенные недостатки, например, в доказательстве ключевого факта имеются пробелы, устранимые не совсем очевидным образом.

2- 3 балла ставится, если в решении задачи имеется серьезное продвижение, однако для решения необходимы дополнительные идеи, не указанные в решении.

1 балл означает, что в решении имеется только очень мелкое продвижение, как то: замечен, но не доказан ключевой факт, разобран нетривиальный частный случай или приведён (но не обоснован) верный ответ, который не вполне тривиален.

Если приведённые в решении факты, идеи, выкладки к решению явным образом не ведут, то задача оценивается в 0 баллов, также как и в случае, когда решение задачи отсутствует.